VareseNews

“Matematica, scienza e società”

Pubblicato: Lunedì 20 Febbraio 2017

Secondo la legge di gravitazione universale i pianeti si muovono intorno al Sole seguendo delle orbite ellittiche.

Le osservazioni dell’orbita di Urano, che era stato scoperto nel 1781 e che verso la metà dell’’800 aveva quasi percorso un’intera rivoluzione, mostravano delle deviazioni dall’orbita prevista che si potevano spiegare supponendo l’esistenza di un pianeta, non ancora scoperto, che interagendo con Urano ne perturbasse l’orbita.

Intorno al 1845, **il matematico e astronomo Urbain Le Verrier** cominciò a fare calcoli perturbativi per determinare posizione e massa di questo corpo celeste. In una serie di tre memorie presentate all’Academie de Sciences di Parigi, l’ultima conclusiva del 31 agosto 1846, fornì i dettagli dell’orbita e della massa del nuovo pianeta, e comunicò i suoi risultati a svariati astronomi. **Johann Gottfried Galle** dell’Osservatorio di Berlino ricevette la lettera di Le Verrier il 23 settembre e si mise immediatamente alla ricerca del pianeta. Dopo meno di un’ora dall’inizio delle osservazioni, il confronto con una carta recente della regione di cielo sotto osservazione, **permisero la scoperta del nuovo pianeta** in una posizione che si discostava solo per un grado da quella calcolata da Le Verrier.

Dopo due notti di ulteriori osservazioni, che confermarono i calcoli di Le Verrier , Galle rispose a Le Verrier dicendo **“il pianeta di cui avete calcolato la posizione esiste realmente”.** Citando François Arago, Le Verrier **aveva scoperto un pianeta “con la punta della sua penna”.**

Questo risultato è il trionfo della meccanica classica, e fornisce uno dei molti esempi della stupefacente capacità predittiva che la fisica ottiene grazie alla matematica.

E questa sorprendente capacità della matematica di descrivere i fenomeni fisici fa dire a Galileo Galilei “La filosofia naturale è scritta in questo grandissimo libro che … è scritto in lingua matematica, e i caratteri son triangoli, cerchi ed altre figure geometriche, senza i quali mezzi è impossibile a intenderne umanamente parola; senza questi è un aggirarsi vanamente per un oscuro labirinto”.

La matematica nasce in risposta a problemi di natura eminentemente pratica.

L’agrimensura, la contabilità, l’astronomia e astrologia sono alla base della nascita di geometria, aritmetica e trigonometria. La soluzione di problemi concreti, o che hanno origine nelle scienze naturali, in prima istanza nella fisica, è sempre stato un fondamentale elemento propulsivo della matematica. E gli straordinari successi della fisica e della tecnologia sono dovuti appunto alla possibilità di modellizzare in termini matematici fenomeni diversissimi, rendendoli astratti e suscettibili di una descrizione numerico quantitativa.

Grazie anche al **progresso dell’informatica**, che fornisce strumenti di calcolo fino a pochi anni fa inimmaginabili, l’importanza della matematica non smette di crescere, e, in un processo di ricaduta della conoscenza, **è ormai alla base di praticamente tutte le nostre attività,** da quelle più ovvie come il fatto che gli aeroplani volano, a quelle forse meno familiari come la sicurezza informatica, la codifica audio o video che ci permettono di ascoltare musica in formato mp3 o vedere video in formato mp4, alla meteorologia, alla logistica dei trasporti o della gestione e distribuzione di magazzini (esplosa negli ultimi anni con la diffusione del commercio on-line).

Il fatto che dietro a molta (infatti praticamente tutta) della moderna tecnologia ci sia la matematica è un fatto ormai largamente accettato anche se forse non completamente apprezzato.

Studi francesi mostrano che **il valore aggiunto apportato dalla ricerca matematica contribuisce per il 15% del loro PIL, al 9% dei posti di lavoro, e che la matematica risulta indispensabile in 37 delle 85 tecnologie chiave individuate dal ministero dell'industria francese.**

Oltre alle tecnologie appena menzionate, vale la pena di citare le industrie automobilistica (automobili sempre più efficienti e sicure, e in un futuro che sta già diventando presente, a guida indipendente), energetica (per la produzione e la distribuzione dell'energia), petrolifera (per la ricerca ed estrazione del petrolio), farmaceutica.

Molto recente e con un'importanza crescente è anche l'elaborazione delle enormi moli di dati, i cosiddetti **big data,** che vengono prodotte da internet e dai sistemi informatici, sempre più diffusi. Tali dati devono essere analizzati, aggregati e strutturati. La matematica e in particolare la statistica, forniscono gli strumenti per una loro trattazione numerica.

Più inaspettate sono forse le applicazioni della matematica in biologia e nelle scienze mediche. A parte l'utilizzo della statistica per la validazione dei risultati di prove ed indagini cliniche ed epidemiologiche, le moderne tecnologie diagnostiche, la geometria dei movimenti degli arti artificiali, la emofluidodinamica, essenziale per la costruzione del cuore artificiale, si appoggiano tutti a sofisticati modelli matematici, e a sempre più potenti sistemi di calcolo intensivo.

Fino dai tempi di Peano, agli inizi del '900**, la matematica è stata uno strumento importante nello studio della dinamica delle popolazioni**.

Più recentemente si sono aperte **nuove frontiere di interazione tra la matematica e la biologia:** non solo in genetica, per i problemi connessi al sequenziamento del genoma, ma anche in **biologia sistematica e tassonomia.** L'articolo in evidenza nel numero di gennaio 2017 dei Notices of the American Mathematical Society è intitolato "Building trees in Biology" e descrive le applicazioni della teoria dei grafi (di cui gli alberi sono parte) in biologia. Senza entrare in dettagli, questioni di discendenza, classificazione e distanza tra specie diversi possono essere interpretati utilizzando un concetto di distanza tra alberi (in particolare tra gli alberi filogenetici) che permette di studiare questi problemi da un punto di vista quantitativo.

Ma è forse nelle **scienze sociali ed economiche** che si trovano le applicazioni della matematica più inaspettate. In effetti, varie aree dell'economia, in primo luogo la microeconomia, l'econometria e la finanza si sono sviluppate in senso quantitativo già da molto tempo. Qui le applicazioni più comuni vanno dall'ottimizzazione dei processi economici, al prezzaggio di strumenti finanziari per mezzo di sofisticati strumenti di analisi stocastica (la cui manipolazione disattenta o disinvolta può portare, come è successo nel caso della crisi dei mutui subprime, a conseguenze piuttosto gravi). E ancora la matematica è alla base della teoria del rischio in ambito finanziario ed assicurativo.

Ma **formulare i problemi in termini quantitativi può fornire utili strumenti di analisi e di indirizzo anche in psicologia, in sociologia,** per l'interpretazione di fenomeni collettivi, e in tutti gli ambiti, come l'Economia Politica o l'Economia del Diritto, nei quali ci sia la necessità di operare scelte strategiche, che devono tenere in considerazione interessi a volte in competizione, e valutarne a posteriori gli effetti, per introdurre eventuali correzioni.

Uno strumento matematici di uso molto comune nelle **scienze economiche, giuridiche e sociali è la**

teoria dei giochi. Questa teoria matematica è stata iniziata principalmente da John Von Neumann, un matematico ungherese trapiantato negli US, intorno agli anni '30 e si può definire come lo studio di modelli matematici "dell'interazione tra decisori razionali ed intelligenti". Studia cioè processi il cui esito dipende dall'interazione delle decisioni prese dai singoli decisori, con l'ipotesi che i questi sappiano identificare gli obiettivi che vogliono ottenere e si comportino coerentemente alle loro preferenze (sono razionali), e siano in grado di analizzare la situazione e formulare ipotesi sull'esito delle decisioni proprie ed altrui (sono intelligenti). In un'accezione più generale, la teoria dei giochi è diventata la scienza che studia i processi di decisione logici, negli umani, nei computer e perfino nel mondo animale.

Uno sviluppo importante venne dato alla teoria nella seconda metà degli anni 40' da
John Forbes Nash (che vincerà nel 94' il Nobel per l'Economia). Nash studia situazioni più generali nelle quali le interazioni tra decisori possono essere competitive o cooperative e in una nota del 1949 pubblicata sui Proc. Nat. Acad. Sci. USA introduce l'equilibrio di Nash. In un gioco l'equilibrio di Nash è la situazione nella quale nessun partecipante può migliorare la propria situazione cambiando unilateralmente la sua strategia. **Nash dimostra che ogni gioco con un numero finito di giocatori, ciascuno dei quali ha solo un numero finito di possibili scelte, ammette almeno un equilibro.**

L'equilibrio di Nash è ben esemplificato nel classico dilemma del prigioniero, proposto da Tucker, il relatore di tesi di Nash: due criminali vengono arrestati con l'accusa di un grave reato e rinchiusi in celle diverse, senza possibilità di comunicazione. A ciascuno dei due vengono date due alternative: tradire il compagno e testimoniare contro di lui, oppure cooperare con l'altro e stare zitto. I possibili scenari sono
– entrambi stanno zitti e vengono condannati ad un anno di carcere per un reato
minore;
– entrambi tradiscono il compagno e ciascuno viene condannato a 2 anni di carcere;
– uno tradisce e l'altro no, e in tal caso il primo viene scarcerato, e il secondo condannato a sei anni di carcere.

La strategia di equilibrio del gioco, che potrebbe sembrare anti-intuitiva, è che entrambi tradiscano il compagno, e vengano condannati a due anni.

Infatti supponiamo che A tradisca B: se B tace, A viene scarcerato, mentre se B a sua
volta tradisce A, A viene condannato a due anni. Se ora A cambiasse la sua strategia e decidesse di tacere i possibili scenari sarebbero: se B tace, A viene condannato a un anno, mentre se B parla, A viene condannato a sei anni. In entrambi i casi il
cambiamento di strategia comporta un peggioramento nel risultato di A.

Incidentalmente la strategia in cui entrambi tacciono, realizza la condizione di ottimalità di Pareto del gioco.

Il gioco esemplifica il fatto che la condizione di equilibrio è determinata dal vantaggio individuale dei giocatori, e non dal vantaggio complessivo dei partecipanti.

Questo gioco per quanto semplice, ancora di più nella versione in cui il gioco viene
ripetuto, può essere utilizzato per descrivere svariate situazioni reali. Per esempio – il problema del riscaldamento globale e la conseguente necessità di ridurre le emissioni di CO_2 (l'interesse collettivo è quello di ridurre le emissioni, ma questo va contro gli interessi economici delle singole nazioni);
– le strategie pubblicitarie di ditte concorrenti;
– la corsa agli armamenti nel periodo della guerra fredda: entrambi i blocchi avevano la possibilità di continuare nella corsa agli armamenti oppure no. Ma la scelta unilaterale di interrompere gli investimenti avrebbe portato ad un indebolimento di quel blocco. E quindi, mentre il miglior risultato complessivo sarebbe stato la cessazione della corsa agli armamenti, la strategia "razionale" era quella di continuare, e così accadde, fino a che l'enorme sforzo finanziario non contribuì a provocare il collasso

dell'Unione Sovietica.

Fino ad ora mi sono concentrato sulle alcune delle moltissime applicazioni, sottolineando come fin dall'inizio uno dei motivi alla base dello sviluppo della matematica sia stato fornire risposte a problemi di natura pratica o che avevano origine dalle scienze naturali. Il rapporto sinergico di matematica e fisica è esemplare di questo aspetto del progresso matematico.

Tuttavia, come accade per tutte le attività intellettuali, abbastanza presto la matematica comincia a svilupparsi anche secondo dinamiche interne. Infatti, forse sorprendentemente, **un aspetto determinante nello sviluppo della matematica è quello estetico.** Non è inusuale per un matematico dire che un teorema o una teoria sono belli, perché sono eleganti, incalzanti nella serratezza ed inevitabilità del ragionamento logico, utilizzano idee nuove, o vecchie idee in modo inaspettato, e la loro contemplazione appaga in modo simile a quello che accade con la musica. Citando **Aristotele "Le scienze matematiche in particolare mostrano ordine, simmetria e limite: e queste sono le più grandi istanze del bello".**

E così molta della ricerca matematica è rivolta a problemi che non hanno necessariamente un'origine di natura pratica, ovvero che sembrano aver perso i contatti con il problema concreto da cui si sono originati, e produce risultati che non sembrano poter avere applicazioni pratiche.

Questo può quindi far nascere la domanda se non sia opportuno indirizzare la ricerca matematica (ma questo vale in realtà per tutte le discipline teoriche e teoretiche) verso ambiti di più diretta ed immediata utilità.

Perché studiare la teoria dei numeri, e magari **dedicare la vita a cercare di risolvere l'ipotesi di Riemann,** che riguarda la posizione degli zeri di una funzione definita in modo apparentemente artificiale, quando quegli sforzi potrebbero essere indirizzati verso qualcosa che produce risultati di immediata utilità per la società?

In effetti, perché intorno al 1917 Johann Radon avrebbe dovuto preoccuparsi di dimostrare le proprietà di una particolare trasformazione matematica che associa ad una funzione la sua media calcolata lungo le rette, e dimostrare che questa trasformazione è invertibile, cioè che conoscendo le medie lungo le rette, è possibile ricostruire la funzione?

Però se la funzione rappresenta la densità di un corpo solido, è possibile calcolare la media della densità lungo le rette che hanno una certa direzione facendo attraversare il corpo da delle radiazioni, e registrando la quantità di radiazione che ha attraversato il solido su una lastra fotografica. E, facendo così per tutte le possibili direzioni, si ottiene la trasformata di Radon della densità del solido. E Radon, nel 1917, aveva dimostrato che dalla trasformata è possibile risalire alla funzione di partenza. Questo, e tecniche di geometria proiettiva, sono i fondamenti matematici della tomografia assiale computerizzata. **Il primo tomografo fu installato all'Atkinson Morley Hospital di Londra nel 1971.**

Nello stesso spirito, la crittografia RSA, alla base della sicurezza informatica che ci permette di trasmettere informazioni sicure con la nostra banca è basata su risultati di aritmetica modulare dovuti a Fermat e ad Euler, rispettivamente del 1600 e del 1700 e moderni sviluppi della crittografia sono basati sull'aritmetica delle curve ellittiche.

Infine**, la teoria dei grafi**, di cui gli alberi fanno parte, e che ho citato come applicazione della matematica in biologia, è stata iniziata sempre da Euler, che la rese popolare con il suo famoso problema dei sette ponti di Königsberg. La teoria ha oggi un'importanza fondamentale in informatica, e per citare solo un esempio, nella progettazione di reti elettriche e di trasporti (un altro problema classico della teoria dei grafi è il problema del commesso viaggiatore).

In conclusion**e, la matematica è sicuramente utile, ma molta della ricerca matematica non è motivata da problemi di natura pratica.** La società e la politica hanno un ovvio interesse ad indirizzare la ricerca verso ambiti dove le applicazioni sembrano più promettenti. E i matematici, e in generale i cosiddetti scienziati "puri", devono essere sensibili a questa legittima richiesta. D'altra parte la società deve essere consapevole che s**pesso gli strumenti matematici che permettono oggi di risolvere problemi pratici sono il risultato di studi che non avevano un'origine pratica** e che quindi sarebbe controproducente indirizzare troppo rigidamente la ricerca, in matematica, come in fisica o in chimica o in biologia, verso la sua immediata applicabilità.

Godfrey Harold, un famoso matematico inglese del secolo scorso, scrisse nell'"Apologia di un matematico", il suo testamento scientifico e spirituale «"Io non ho mai fatto niente di "utile". Nessuna mia scoperta ha fatto o potrebbe fare, direttamente o indirettamente, nel bene o nel male, la minima differenza per la piacevolezza del mondo».

Ma poi il principio di Hardy-Weinberg ha trovato applicazioni nella genetica delle popolazioni, e la formula asintotica di Hardy-Ramanujan è applicata in fisica quantistica.

E quindi forse ha ragione **Nikolai Lobachevsky,** uno degli scopritori delle geometrie non euclidee, secondo il quale **"Non vi è branca della matematica che, per quanto astratta, non possa un giorno essere applicata a fenomeni del mondo reale".**

Redazione VareseNews
redazione@varesenews.it